

סודוקו

מבוא

אנחנו מניחים שאת מכירה את החידה. בפרויקט זה תכתבי תכנית בפייתון שפותרת את החידה. שלד הפתרון נמצא בקובץ `Sudoku.py`. הקוד בקובץ חלקי ויהיה עלייך להשלימו בעצמך.

לוח הסודוקו מיוצג ברשימה של רשימות – מערך דו ממדי. כל רשימה, ברשימת הרשימות, מייצגת שורה, ומספר הרשימות יהיה כמספר השורות בלוח. כל איבר ברשימה יהיה המספר הנמצא בתא המקביל בלוח. איבר ברשימה המייצג תא ריק יהיה 0. בדרך כלל, גודל הלוח הוא 9×9 , אבל התכנית שתכתבי תפתור את החידה לכל גודל לוח (כמו 4×4 או 16×16).

הלוח (שלא ניתן לפתרון, דרך אגב):

	1	2	3
	4		
3	2	1	4
4		3	

ייוצג על-ידי הרשימה:

[[0, 1, 2, 3], [0, 4, 0, 0], [3, 2, 1, 4], [4, 0, 3, 0]]

לפני שנתאר את האלגוריתם שפותר את הבעיה, ונראה איך לממשו בפייתון, תכתבי מספר פונקציות שתעזרנה לנו בהמשך.

בדיקה האם חוקי להציב ערך מסוים בתא מסוים – הפונקציה `islegal`.

הפונקציה `islegal` מקבלת את `board`, לוח החידה, את `r` ו-`c`, קואורדינטות של תא ריק וערך `x`. הפונקציה מחזירה `True` אם, ורק אם, חוקי להציב את הערך `x` בתא `(r,c)` בלוח הסודוקו ש-`board` מייצג.

הצבה של `x` היא חוקית אם, ורק אם, הערך `x` לא מופיע בשורה `r`, לא מופיע בעמודה `c` ולא מופיע בתת-לוח שמכיל את משבצת `(r,c)`.

הלולאה:

```
for i in range(len(board)):
    if board[r][i] == x or board[i][c] == x:
        return False
```

בודקת האם הערך x מופיע בעמודה c או בשורה r. אם כן, מוחזר הערך False. הפונקציה לא בודקת האם הערך x מופיע בתת-לוח שמכיל את התא (r,c). עלייך להוסיף בדיקה זו בעצמך. להלן מספר שאלות מנחות. התשובות לשאלות תעזורנה לך לכתוב את הקוד הדרוש. זכרי שעלייך לכתוב קוד שיבצע את המשימה לכל גודל לוח. אל תניחי שגודל הלוח הוא 9x9.

1. מספר השורות והעמודות בלוח הוא len(board). כמה שורות ועמודות יש בכל תת-לוח?
 2. אם תת-לוח מתחיל בשורה x, באיזו שורה הוא נגמר? רמז: שאלה 1.
 3. אם תת-לוח מתחיל בעמודה y, באיזו עמודה הוא נגמר?
 4. באיזו שורה מתחיל התת-לוח המכיל את המשבצת (r,c)? רמז: קחי לדוגמה לוח בגודל 9x9 ורשמי, לכל משבצת, את השורות בהן מתחילים התת-לוחות. הכלילי את תשובתך ללוח בגודל כלשהו.
 5. באיזו עמודה מתחיל התת-לוח המכיל את המשבצת (r,c)?
- ודאי שהפונקציה מבצעת את הנדרש.

ספירת מספר הערכים החוקיים להצבה במשבצת נתונה – הפונקציה countlegal

הפונקציה countlegal מקבלת את board המייצג לוח סודוקו, וקואורדינטות של משבצת ריקה (r,c). הפונקציה מחזירה את מספר הערכים החוקיים שניתן להציב במשבצת.

עבור הלוח:

	1	2	3
	4		
3	2	1	4
4		3	

למשבצת (0,0) יש 0 ערכים חוקיים להצבה, ולמשבצת (1,0) יש ערך חוקי יחיד, הערך 2.

כמעט כל הקוד של הפונקציה חסר ועליך להשלימו. הפונקציה תצבור במשתנה את מספר הערכים החוקיים. לולאה תעבור על כל הערכים האפשריים (כמה ערכים כאלה יש? איך יכולה להניח שיש תשעה כאלה), ותבדוק מי מהם חוקי בעזרת הפונקציה `islegal`. הריצי את הפונקציה על לוחות שונים ומשבצות שונות וודאי שהיא מבצעת את הדרוש.

מציאת המשבצת בעלת מספר ההצבות החוקיות הקטן ביותר – הפונקציה

`findmin`

הפונקציה `findmin` מקבלת לוח סודוקו `board`, ומחזירה רשימה בעלת שני ערכים: השורה והעמודה בה נמצאת המשבצת הריקה בעלת מספר ההצבות החוקיות הקטן ביותר. אם כל המשבצות מלאות מוחזרות הקואורדינטות `[-1,-1]`.

למה צריך את הפונקציה הזו? נזכור שאנו כותבים, בשלב זה, מספר פונקציות עזר, ועדיין לא תארנו את האלגוריתם שפותר את חידת הסודוקו. בהמשך, יוסבר האלגוריתם ויהיה ברור מה תפקיד הפונקציה `findmin`.

בתחילת הפונקציה מאותחלים המשתנים `m` ו-`coor`. `m` יאחסן את מספר ההצבות במשבצת המבוקשת. הוא מאותחל לערך הגבוה מכל ערך אפשרי. `coor` יאחסן את הקואורדינטות של המשבצת המבוקשת. הוא מאותחל ל-`[-1,-1]`, כל שאם לא תמצא אף משבצת ריקה יוחזר ערך זה. בסיום הפונקציה מוחזר ערכו של `coor`.

הדולאה (הלחם של המילים "דו" ו-"לולאה". כינוי ללולאה מקוננת) עוברת על כל המשבצות בלוח:

```
for r in range(len(board)) :
    for c in range(len(board)):
        if board[r][c] == 0:
            x = countlegal(board, r, c)
```

אם המשבצת ריקה (מכילה את הערך 0) אז `x` מקבל את מספר ההצבות החוקיות במשבצת זו. כאן עליך להוסיף את הקוד שיבדוק האם זו המשבצת בעלת מספר ההצבות החוקיות הקטן ביותר עד כה. אם כן, הקוד יעדכן את ערכי `m` ו-`coor`.

הריצי את הפונקציה על לוחות שונים, וודאי שהיא מחזירה ערך נכון.

הדפסת הלוח – הפונקציה printboard

פונקציית העזר האחרונה, מקבלת את לוח הסודוקו board, ומדפיסה אותו. כתבי אותה כרצונך, העיקר שהפלט יהיה ברור וקריא.

האלגוריתם לפתרון סודוקו

האלגוריתם הרקורסיבי בודק האם יש עדיין משבצות ריקות בלוח. אם אין, החידה פתורה. אם יש משבצות ריקות, האלגוריתם מוצא את המשבצת עם מספר ההצבות החוקיות הקטן ביותר. הוא מנסה להציב במשבצת כל ערך חוקי, ולכל ערך קורא רקורסיבית לעצמו כדי להמשיך ולפתור את החידה. אם אחת מההצבות הנ"ל מובילה לפתרון – החידה נפתרה. אם כל ההצבות אינן מובילות לפתרון – אין פתרון.

הבחירה במשבצת עם מספר ההצבות החוקיות הקטן ביותר, מקטין את מספר הקריאות הרקורסיביות ואת זמן הריצה.

הפונקציה solve מממשת את האלגוריתם:

```
def solve(board):
    [r,c]=findmin(board)
    if r==-1
        return True
    for i in range(1,len(board)+1):
        if islegal(board, r, c, i):
            board[r][c]=i
            if solve(board):
                return True
            board[r][c]=0
    return False
```

בשורה הראשונה [r,c] מקבלים את הקואורדינטות של המשבצת הריקה עם מספר ההצבות החוקיות הקטן ביותר. אם אין משבצת כזו (כלומר, בכל המשבצות מוצבים ערכים), אז ערכי r ו-c הם -1. פקודת ה-if הירוקה בודקת את ערך c. עם ערכו -1, בכל המשבצות יש ערכים והחידה פתורה. במקרה זה מחזירה הפונקציה True.

אם החידה עדיין לא פתורה, הלולאה הכחולה עוברת על כל הערכים האפשריים להצבה. פקודת ה-if האפורה בודקת אם הערך חוקי להצבה במשבצת [r,c]. אם הוא חוקי, הוא מוצב במשבצת. אם קריאה רקורסיבית לפונקציה, עם הלוח לאחר ההצבה, מחזירה True אז החידה פתורה ומוחזר True. אם הקריאה הרקורסיבית מחזירה False, הערך שהוצב במשבצת נמחק. כך מנסה הלולאה את כל הערכים האפשריים. אם אף אחד מהם לא מאפשר פתרון, הפונקציה מחזירה False.

הצעות להרחבה ומחקר נוסף

כעת את יכולה ליצור לוח סודוקו, לפתור את החידה ולהדפיס את הפתרון. תוכלי לנסות ולהרחיב את הפרויקט:

1. שני את הקוד כך שיחושב מספר הערכים שהפונקציה מציבה בלוח (כלומר, את מספר הפעמים שמבוצעת השורה האדומה ב-solve). כעת תוכלי לבדוק את מספר ההצבות כאשר בכל שלב נבחרת המשבצת להצבה בעזרת findmin. נסי להריץ את solve על חידות המוגדרות קלות ועל חידות המוגדרות קשות. האם יש הבדל במספר ההצבות?
2. כתבי פונקציה בשם findmax שמוצאת את המשבצת הריקה בעלת מספר ההצבות החוקיות הגדול ביותר. שני את solve כך שתשתמש בפונקציה זו במקום ב-findmin. האם מספר הערכים שמוצבים בלוח גדל?
3. לא נוח לכתוב ידנית את הערכים ההתחלתיים לתוך לוח הסודוקו. כתבי פונקציה שקוראת את הלוח מקובץ. הגדירי את מבנה הקובץ כרצונך.